

### 3. ANALISI STATICA

MEDIA  $\bar{x} = \text{somma}(x_i)/N$

MODA valore che V.A. può assumere con maggiore probabilità in una qualsiasi distribuzione

MEDIANA valore di V.A. che divide l'area probabilistica in due aree uguali

- SCELTA DEI DATI:

Esistono criteri per capire se il valore misurato è compatibile o meno con le altre misure.

Lo sperimentatore deve capire se rigettarlo o conservarlo.

#### CRITERIO DI CHAUVENET

1) Si supponga di avere N misure,  $x_1, \dots, x_i, \dots, x_N$  della stessa grandezza X.

2) Calcolo  $\bar{x}$  e  $\sigma$ , assumendo che le misure si conformino ad una distribuzione normale.

3) osservo i dati per vedere se esiste qualche valore sospetto

4) nel caso esiste  $x_s$  sospetto, calcolo il numero di deviazioni standard ( $z_s$ ) di cui  $x_s$  differisce da  $\bar{x}$ , applicando la formula:  $z_s = (x_s - \bar{x})/\sigma$

5) calcolo la probabilità che una misura differisca da  $\bar{x}$ ,  $z_s$  volte la deviazione standard secondo la formula:

$$P(>z_s \cdot \sigma) = 1 - P(<z_s \cdot \sigma)$$

6) calcolo il numero di misure anomale che mi aspetto (n di misure oltre  $z_s \cdot \sigma$ ):  $n = N \cdot P(>z_s \cdot \sigma)$

7) se  $n < 1/2$  (soglia di accettabilità), quel valore  $x_s$  non rispetta il criterio di Chauvenet, quindi va rigettato.

#### METODO DEI MINIMI QUADRATI

Un grafico dà informazioni sui punti che si discostano in modo sensibile dall'andamento della maggior parte dei dati.

Il metodo dei minimi quadrati ricerca la retta che meglio interpola i punti dati.

Si fissa una funzione obiettivo che è la minimizzazione dell'errore quadratico medio.

$$\text{somma}[(y_i - y(x_i))^2] = \min$$

dove:

$$y(x_i) = a \cdot x_i + b$$

cerco il minimo rispetto ad a e b che sono ( $a = a_1; b = a_0$ )

$$(y_i - y(x_i))^2 = y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2 a x_i y_i - 2 y_i b + 2 a b x_i$$

poniamo le derivate rispetto ad a e b uguali a zero

$$d/da \text{ somma}[(y_i - y(x_i))^2] = 0$$

$$d/db \text{ somma}[(y_i - y(x_i))^2] = 0$$

così ottengo il sistema

$$| N \cdot a_0 + a_1 \cdot \text{somma}(x_i) = \text{somma}(y_i)$$

$$| a_0 \cdot \text{somma}(x_i) + a_1 \cdot \text{somma}(x_i^2) = \text{somma}(x_i \cdot y_i)$$

Nel caso di una parabola (polinomio di 2° grado) del tipo  $y(x_i) = a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2$

il sistema risolvibile è dato da

$$| N \cdot a_0 + a_1 \cdot \text{somma}(x_i) + a_2 \cdot \text{somma}(x_i^2) = \text{somma}(y_i)$$

$$| a_0 \cdot \text{somma}(x_i) + a_1 \cdot \text{somma}(x_i^2) + a_2 \cdot \text{somma}(x_i^3) = \text{somma}(x_i \cdot y_i)$$

$$| a_0 \cdot \text{somma}(x_i^2) + a_1 \cdot \text{somma}(x_i^3) + a_2 \cdot \text{somma}(x_i^4) = \text{somma}(x_i^2 \cdot y_i)$$

Generalizziamo con  $n = \text{grado del polinomio}$

$$K) \text{ somma}_{j=0, n} [a_j \cdot \text{somma}(x_i^{k+j})] = \text{somma}(x_i^k \cdot y_i)$$

con  $k = 0, 1, \dots, n$

Retta di regressione da Y a X

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X$$

con  $a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x}$

$$a_1 = \frac{\text{sigmaxy}}{\text{sigmax}^2}$$

dove  $\bar{y}$  = media di y

$\bar{x}$  = media di x

sigmaxy = COVARIANZA (XY)

sigmax = varianza di x

$a_1$  = coeff di regressione = ay:x

$$(a_1 \cdot x = \frac{\text{sigmay}^2}{\text{sigmax}^2} \cdot a_{x:y})$$

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE, r

(se  $r = \pm 1$  esiste una perfetta relazione lineare)

se tra X e Y esiste una relazione: si parla di coeff. di correlazione:  $r_x:y = r_y:x$

OSS.  $r = 0 \rightarrow$  X e Y indipendenti o X, Y legati da relazione non lineare.

$r = a_{y:x} \cdot \frac{\text{sigmax}}{\text{sigmay}} = a_{x:y} \cdot \frac{\text{sigmay}}{\text{sigmax}} = \text{radq}(a_{y:x} \cdot a_{x:y})$  media geometrica dei coeff. di regressione r e adimensionale puro e appartiene a  $[-1, 1]$

- e possibile valutare una deviazione standard,  $S_{xy}$  (ERRORE STANDARD DI REGRESSIONE), basata sugli scostamenti dei singoli punti del polinomio

$$S_{yx} = \text{RADQ}(\text{somma}[i=1, N] \text{di} [(y_i - y_{th})^2] / [N - (m + 1)])$$

con  $n_i = N - (m + 1)$

m = grado del polinomio interpolare

$y_{th} \pm S_{yx}$  CURVA DI REGRESSIONE con confidenza del 68%

Formula valida se l'errore esiste solo su y

Se sia x che y sono affetti da errore:

nuova CURVA DI REGRESSIONE

$$y_{th} \pm S_{yx} \cdot \text{radq}\left(\frac{1}{N} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\text{somma}[(x_i - \bar{x})^2]}\right)$$

con livello di confidenza del 68%

COEFF DI CORRELAZIONE

$$r = \text{radq}\left(1 - \frac{S_{yx}^2}{S_y^2}\right)$$

con  $S_y^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \text{somma}[i=1, N] \text{di} [(y_i - \bar{y})^2]$

se  $r = 1$  tutti i punti si trovano sulla retta (condizione teorica)

se r circa 1: buona regressione

se r circa 0: non esiste regressione lineare

- si possono valutare errori sul coeff. angolare (di pendenza),  $a_1$ :  $S_{a1}$

$$S_{a1} = S_{yx} \cdot \text{radq}\left(\frac{N}{N \cdot \text{somma}(x_i^2) - (\text{sommma}(x_i))^2}\right)$$

- si possono valutare errori sul termine noto,  $a_0$ :  $S_{a0}$

$$S_{a0} = S_{yx} \cdot \text{radq}\left(\frac{N \cdot \text{somma}(x_i^2)}{N \cdot [N \cdot \text{somma}(x_i^2) - (\text{sommma}(x_i))^2]}\right)$$

OSS. se non esistono errori sistematici in uno strumento: f di regressione (qualunque essa sia) deve partire da zero.